

7. *Trindade M. A.* Evaluation of effective material properties of thickness-shear piezoelectric macro-fiber composites / M. A. Trindade, A. Benjeddou // 21st International Congress of Mechanical Engineering “Proceedings of COBEM 2011”, October 24–28, 2011, Natal, RN, Brazil.
8. *Odegard G. M.* Constitutive modeling of piezoelectric polymer composites / G. M. Odegard // *Acta Materialia*. – 2004. – 52, № 18. – P. 5315-5330.
9. *Шульга Н. А.* Колебания пьезоэлектрических тел / Н. А. Шульга, А. М. Болкисев ; отв. ред. Б. П. Маслов. – К. : Наукова думка, 1990. – 228 с.
10. *Dubenets V. H.* Optimization of multilayered electro-viscoelastic plates / V. H. Dubenets, O. V. Savchenko // *Visnyk of Chernihiv State Technological University. Series “Engineering science”*. – Chernihiv : Chernihiv State Technological University, 2013. – № 2 (65). – P. 59–68.
11. *Hagood N.W., von Flotow A.* Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks / Hagood N.W., von Flotow A. // *J. Sound Vib.* – 1991. – Vol. 146. – P. 243–268.

УДК 621.01

В.О. Харжевський, канд. техн. наук

Хмельницький національний університет, м. Хмельницький, Україна

ЧИСЛОВИЙ СИНТЕЗ НЕСИМЕТРИЧНИХ ВАЖІЛЬНИХ ПРЯМОЛІНІЙНО-НАПРЯМНИХ МЕХАНІЗМІВ З ДОТИКОМ 5-ГО ПОРЯДКУ

В.А. Харжевский, канд. техн. наук

Хмельницкий национальный университет, г. Хмельницкий, Украина

ЧИСЛЕННЫЙ СИНТЕЗ НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЫЧАЖНЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНО-НАПРАВЛЯЮЩИХ МЕХАНИЗМОВ С КАСАНИЕМ 5-ГО ПОРЯДКА

Viacheslav Kharzhevskiy, PhD in Technical Sciences

Khmelnytskyi National University, Khmelnytskyi, Ukraine

NUMERICAL SYNTHESIS OF THE UNSYMMETRIC LINKAGE STRAIGHT-LINE MECHANISMS WITH 5TH ORDER OF TANGENCY

Розглянуто синтез важільних прямолінійно-напрямних механізмів, шатунна точка яких описує несиметричні шатунні криві. Синтез таких механізмів є важливим завданням, оскільки вони забезпечують більшу надійність, довговічність, навантажувальну здатність порівняно з іншими типами механізмів, зокрема кулачковими, та застосовуються в різних галузях машинобудування. Для проведення синтезу в роботі використовуються методи кінематичної геометрії шести нескінченно близьких положень, що відповідає дотику максимально можливого 5-го порядку шатунної кривої зі своєю дотичною та забезпечує проектування прямолінійно-напрямних механізмів зі значними ділянками наближення високої точності. Наведено числові результати проведеного синтезу.

Ключові слова: важільні механізми, прямолінійно-напрямні механізми, синтез, випадок Чебишева 5-го порядку, кінематична геометрія.

Рассмотрен синтез рычажных прямолинейно-направляющих механизмов, шатунная точка которых описывает несимметричные шатунные кривые. Синтез таких механизмов является важной задачей, поскольку они обеспечивают лучшую надежность, долговечность и нагрузочную способность по сравнению с другими типами механизмов, в частности кулачковыми, и используются в различных отраслях машиностроения. Для проведения синтеза в работе используются методы кинематической геометрии шести бесконечно близких положений, что соответствует касанию максимально возможного 5-го порядка шатунной кривой со своей касательной и обеспечивает проектирование прямолинейно-направляющих механизмов с продолжительными участками приближения высокой точности. Приведены численные результаты проведенного синтеза.

Ключевые слова: рычажные механизмы, прямолинейно-направляющие механизмы, синтез, случай Чебышева 5-го порядка, кинематическая геометрия.

The article is dedicated to the synthesis of the straight-line linkage mechanisms which coupler point could trace unsymmetric coupler curves. Synthesis of such mechanisms is an important task due to their high durability, reliability, load capacity in comparison with the other types of mechanisms, for example, cam mechanisms, and have wide application in different branches of machine building. For carrying out the synthesis procedure, methods of the kinematic geometry of the six infinitesimally close positions are used, which corresponds to the tangency of 5th order of the coupler curve with the tangent line which is the maximum available. It enables the designing of straight-line linkage mechanisms with large approximation parts with high accuracy. The numerical results of conducted synthesis are given.

Key words: linkages, straight-line mechanisms, synthesis, 5th order Chebyshev's points, kinematic geometry.

Постановка проблеми. Синтез важливих напрямних механізмів являє собою важливе практичне завдання, оскільки внаслідок відсутності вищих кінематичних пар, геометричного замикання ланок такі механізми мають певні переваги перед іншими типами механізмів, зокрема кулачковими. Основними перевагами є можливість забезпечення значно більших робочих швидкостей машин, більша навантажувальна здатність, надійність та довговічність. Важливі напрямні механізми успішно використовуються в різних галузях машинобудування, однак основною проблемою є досить складна процедура їх синтезу, що обмежує практичне їх використання [1–4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним із напрямків синтезу важливих напрямних механізмів є використання алгебраїчних методів наближення функцій за Чебишевим. Розвитку цих методів присвячені, зокрема, роботи Кіницького [4], Саркісяна [10], Гассманна [8]. Іншим напрямком синтезу таких механізмів є використання методів кінематичної геометрії нескінченно близьких положень плоскої фігури, що полягають у використанні вузлів інтерполяції високої кратності (від 3 до 6) [1–3; 6; 7; 9; 13]. Якщо прийняти такий вузол інтерполяції як шатунну точку механізму, то в деякому околі від цієї точки отримаємо ділянку шатунної кривої наближено постійної кривизни. Ці методи отримали розвиток у роботах Бейєра [2], Ліхтенхельдта, Черкудинова [1], Відосіча, Тесара [9], Іна, Хана [11; 12] та ін. Огляд сучасних методів синтезу наведено також у роботі Уанга [13].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. В цій роботі розглядається питання синтезу прямолінійно-напрямних механізмів з найвищим порядком дотику шатунної кривої зі своєю дотичною прямою – 5-го порядку, що відповідає випадку шести нескінченно близьких положень (наявність шестикратного вузла інтерполяції). У роботі Артоболевського, Левицького, Черкудинова [1] розглядалось питання синтезу таких механізмів для випадку симетричної шатунної кривої, що є частковим випадком. У роботі Відосіча, Тесара [9] розглядалось питання синтезу несиметричних чотириланкових механізмів з дотиком 5-го порядку, проте наведена там методика синтезу має такі недоліки: 1) величина ділянки наближення вибирається з використанням наведених діаграм за заданим максимальним відхиленням, що в багатьох випадках призводить до неточного її вибору – гарантується лише те, що ділянка наближення буде *не менше* наперед заданої величини (дійсна величина ділянки наближення може виявитись більше теоретичної), що призводить до погіршення кінематичних характеристик механізмів; 2) неможливість проведення синтезу за заданими довжинами ланок механізму – кривошипа, шатуна або коромисла; 3) не враховуються всі варіанти співвідношення довжин ланок базового механізму. Як відомо, практичне використання мають як чотириланкові кривошипно-коромислові, двокривошипні, так і двокоромислові механізми. Зокрема, одним із прикладів практичного використання двокоромислових прямолінійно-напрямних механізмів, де вимагається висока точність прямолінійної ділянки, є механізм зв'язку огороження з основою щитової механізованої кріпи шахтного обладнання [5]. Методи синтезу прямолінійно-напрямних механізмів з дотиком 5-го порядку, що наведені в [9], не дозволяють проводити синтез таких механізмів.

Мета статті. Метою цієї роботи є розроблення числового методу синтезу прямолінійно-напрямних механізмів з дотиком 5-го порядку відповідно до умови наявності шестикратного вузла інтерполяції. Це дозволить проводити синтез таких механізмів з ділянками наближення значної тривалості та порівняно високої точності.

Виклад основного матеріалу. На рис. наведено кінематичну схему шарнірного чотириланкового механізму, точка D якого описує деяку шатунну криву. При правильному підборі параметрів механізму, а саме: довжини кривошипа $r = l_{OA}$, шатуна $b = l_{AB}$, коромисла $c = l_{BC}$, а також положення шатунної точки, що визначається довжиною другого

порядку визначається у положенні шатунної площини, що визначається кутом повороту кривошипа $\varphi_1 = 180^\circ$.

У загальному випадку, для того, щоб у шатунній площини механізму можна було знайти точку Чебишева 5-го порядку, співвідношення між розмірами ланок шарнірного чотириланкового механізму має задовольняти таким рівнянням, що називаються умовами Мюллера [2]:

$$\left. \begin{aligned} & c^3 r^3 + r^3 b^3 + b^3 c^3 - 3crb [c^2 (r+b) + r^2 (b+c) + b^2 (c+r)] + 15c^2 r^2 b^2 = 0; \\ & d = \frac{c^2 r^2 + c^2 b^2 + r^2 b^2 - crb (c+r+b)}{3crb}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де r, b, c, d – розміри ланок шарнірного чотириланкового механізму (рис.). У цьому випадку спостерігається така особливість: механізм знаходиться у такому положенні, що полюс P миттєвого обертання шатунної площини утворює рівносторонній трикутник ABP з рухомими шарнірами механізму ($AB = BP = AP$).

Враховуючи, що в нашому випадку $d = 1$, а також провівши деякі спрощення, систему (1) можна переписати таким чином:

$$\left. \begin{aligned} & r^3 (b^3 + c^3) + b^3 c^3 - 3rbc [r^2 (b+c) + b^2 (c+r) + c^2 (r+b)] + 15r^2 b^2 c^2 = 0; \\ & r^2 (b^2 + c^2) + b^2 c^2 - rbc (3+r+b+c) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Як видно, система (2) містить 2 рівняння та 3 невідомих (r, b, c), таким чином, ця система рівнянь не має однозначного розв'язку, тому пошук коренів будемо проводити числовим способом.

Послідовність визначення параметрів механізмів така:

1. Задаємося довжиною кривошипа r базового чотириланкового механізму, для якого будемо проводити синтез прямолінійно-напрямного механізму. Далі розглянемо числовий приклад для випадку $r = 0,3$, шатунна крива якого в загальному випадку буде несиметричною. Приклад такого механізму, як шатунна точка якого прийнята точка Чебишева 5-го порядку, наведено на рис.

2. Підставляємо значення r у систему (2), яка таким чином перетвориться у систему двох рівнянь з двома невідомими (довжини шатуна b та коромисла c):

$$\left. \begin{aligned} & 0,027 (b^3 + c^3) + b^3 c^3 + 1,35b^2 c^2 - 0,081bc \times \\ & \times [0,09 (b+c) + b^2 (c+0,3) + c^2 (b+0,3)] = 0; \\ & 0,09 (b^2 + c^2) + b^2 c^2 - 0,3bc (1,3 + b + c) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3. Розв'язуємо отриману систему рівнянь числовим способом. Як показали проведені дослідження, в загальному вигляді можна отримати 6 пар розв'язків, крім варіанта $(0;0)$, який не визначає механізму. Для прикладу, що розглядається ($r = 0,3$), система рівнянь (3) буде мати такі розв'язки:

$$\begin{pmatrix} b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,84353695; -0,13305139; 1,42226204; 1,17414197; 0,08368989; 1,09649445 \\ -0,13305139; -0,84353695; 1,09649445; 0,08368989; 1,17414197; 1,42226204 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Як видно з (4), перший та другий розв'язки являють собою від'ємні числа та відкидаються, оскільки довжини ланок мають бути додатними величинами. Умова існування кривошипа в шарнірному чотириланковому механізмі, як відомо [5], визначається умовою Грасгофа:

$$l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3, \quad (5)$$

де l_1, l_4 – найкоротша та найдовша ланки механізму, l_2, l_3 – дві інші ланки механізму. Отже, третій та шостий розв'язок у (4) визначають кривошипно-коромислові механізми. Якщо у четвертому розв'язку представити ланку r як коромисло, а ланку c – як кривошип, тоді цей розв'язок також визначить кривошипно-коромисловий механізм. П'ятий розв'язок визначає двокоромисловий механізм. Причому, як видно, довжина шатуна у третьому розв'язку є довжиною коромисла у шостому і навпаки. Аналогічна ситуація спостерігається з іншими парами розв'язків.

4. Визначаємо положення шатунної точки механізму. Розв'язки системи рівнянь (3) дозволяють визначити розміри ланок механізму, за якими в шатунній площині можна знайти точку, що забезпечує дотик 5-го порядку. Але нерозв'язаною залишається задача визначення положення шатунної точки шарнірного чотириланкового механізму. Для цього в шатунній площині необхідно знайти точку Чебишева 5-го порядку.

Для знаходження цієї точки будемо використовувати такі положення кінематичної геометрії [3; 9]:

- оскільки точкою шатунної площини, що забезпечує дотик не нижче 3-го порядку з дотичною прямою, є точка Болла, яка визначається як точка перетину кривої кругових точок з поворотним колом (рис.), то у цьому випадку точка Чебишева 5-го порядку буде збігатись з точкою Болла;

- якщо точка Болла забезпечує дотик не тільки 3-го, але й 4-го порядку, то у цьому положенні точка Болла буде збігатись з точкою Бурместера і буде являти собою точку Чебишева;

- якщо точка Чебишева визначена для механізму, розміри ланок якого задовольняють рівнянням (3), то будемо мати випадок Чебишева 5-го порядку [3], а знайдена точка буде точкою Чебишева 5-го порядку.

Таким чином, для знаходження положення точки Чебишева 5-го порядку необхідно для механізму, розміри ланок якого знайдені відповідно до п. 3, знайти положення точки Чебишева, яка у цьому випадку буде точкою Чебишева 5-го порядку. Для цього використовувався метод числового визначення точок Чебишева, що запропонований автором та описаний у роботі [6]. Метод ґрунтується на положенні кінематичної геометрії, що точка Чебишева є точкою шатунної площини механізму, для якої виконується така умова [6]:

$$K = \frac{dK}{d\varphi_1} = \frac{d^2K}{d\varphi_1^2} = 0, \quad (6)$$

де $K = K(\varphi_1)$ – функція кривизни шатунної кривої.

5. Відповідно до розв'язків, знайдених у п. 3, знаходимо всі точки Чебишева 5-го порядку та проектуємо на їх основі прямолінійно-напрямні шарнірно-важільні механізми. Зокрема для прикладу, що розглядався вище ($r = 0,3$), відповідно до методики, описаної у п. 4, були спроектовані механізми, параметри яких вказані у табл. 1. Зазначимо, що наведено параметри тільки кривошипно-коромислових механізмів, що визначаються розв'язками системи (3), зазначеними у (4), а саме – третім, четвертим та шостим. У табл. 1 вказано довжини кривошипа r , шатуна b , коромисла c , а також кут повороту кривошипа φ_1 , що визначає положення шатунної площини, для якого визначалась точка Чебишева 5-го порядку. Це означає, що в деякому околі від цієї точки шатунна крива має ділянку наближено сталої кривизни – тобто спостерігається наближення до прямої лінії, оскільки точка Чебишева 5-го порядку забезпечує дотик 5-го порядку зі своєю дотичною прямою. В табл. 1 також наведено довжину другого плеча

шатуна $k = l_{BD}$, що визначається в результаті синтезу для випадку Чебишева 5-го порядку, довжина ділянки наближення L спроектованого механізму, та максимальне відхилення від прямолінійності E .

Таблиця 1

Порівняння механізмів, синтезованих за умовою дотику 5-го порядку

№	r	b	c	φ_1	k	L	E
3	0,3	1,42226204	1,09649445	164	2,36735978	1,31854	0,0037
4	0,08368989	1,17414197	0,3	131	10,17293527	1,39215	0,0036
6	0,3	1,09649445	1,42226204	196	0,65875176	0,79053	0,0037

Визначення параметрів точок Чебишева 5-го порядку проходить аналогічно до визначення точок Болла [1; 7] з тією різницею, що розміри базового чотириланкового механізму та положення його шатунної площини визначаються з використанням додаткових умов: збіг точки Болла з точкою Чебишева та виконання умов Мюллера (1) щодо наявності дотику 5-го порядку. Слід зазначити, що особливість точок Чебишева 5-го порядку полягає в тому, що вони визначають механізми, в яких кут $\Omega = 180^\circ$. Під час проведення синтезу значення k та Ω є вихідними параметрами синтезу, отже, отримане значення Ω є однією з перевірок правильності проведених розрахунків. Розрахунки проводились з точністю, що дозволяє отримати значення $\Omega = 180^\circ \pm 10^{-8}$.

Довжина ділянки наближення L визначалась за допомогою методики, розробленої автором та наведеної у [7]. Як видно з табл. 1, знайдені механізми забезпечують приблизно однакову точність, різні величини прямолінійних ділянок та різні габаритні розміри, які у випадку 3 та особливо у випадку 4 можна розглядати як неконструктивні, оскільки відношення найдовшої та найкоротшої ланок механізмів є досить великим (відповідно 7,89 та 121).

Результати, наведені у табл. 1, наочно демонструють, що синтез механізмів лише з використанням математичних умов не завжди дозволяє спроектувати раціональні конструкції механізмів, тому метод синтезу, викладений вище, повинен використовуватись для побудови меж існування таких механізмів з урахуванням додаткових критеріїв, що важливі для конструктора.

Для демонстрації описаного методу синтезу в табл. 2 наведено приклади деяких результатів, отриманих з використанням розроблених алгоритмів для довжин кривошипів у діапазоні $r = 0,2 \dots 0,3$. Крім того, для порівняння також наведено результати синтезу механізму із симетричною шатунною кривою ($r = 1/3$).

Таблиця 2

Приклади кривошипно-коромислових механізмів з дотиком 5-го порядку

№	r	b	c	φ_1	k	L	E
1	0,20	0,70570352	1,35185007	214	0,21679525	0,43817	0,00368
2	0,21	0,74152664	1,36351868	213	0,24299821	0,46638	0,00368
3	0,22	0,77771883	1,37448050	211	0,27164232	0,49559	0,00368
4	0,23	0,81435735	1,38467208	210	0,30304479	0,52590	0,00369
5	0,24	0,85153659	1,39401192	208	0,33760396	0,55747	0,00369
6	0,25	0,88937486	1,40239376	206	0,37583399	0,59049	0,00370
7	0,26	0,92802508	1,40967599	205	0,41841447	0,62521	0,00370
8	0,27	0,96769214	1,41566428	203	0,46627363	0,66197	0,00371
9	0,28	1,00866347	1,42008115	201	0,52073616	0,70123	0,00371
10	0,29	1,05136692	1,42250811	199	0,58380275	0,74370	0,00372
11	0,30	1,09649445	1,42226204	196	0,65875176	0,79053	0,00372
12	1/3	1,33333333	1,33333333	180	1,33333333	1,09114	0,00372

Метод, описаний вище, дозволяє проводити синтез важільних прямолінійно-напрямних механізмів, що забезпечують наближення деякої ділянки шатунної кривої до прямої лінії з дотиком 5-го порядку, а оскільки шатунна крива шарнірного чотириланкового механізму є алгебраїчною трициркулярною кривою 6-го порядку, то дотик 5-го порядку є теоретично найвищим та дозволяє проводити синтез механізмів з високою точністю наближення.

Як видно з табл. 2, всі синтезовані прямолінійно-напрямні механізми забезпечують приблизно однакову точність наближення, різні величини прямолінійних ділянок та різні габаритні розміри.

Висновки і пропозиції. У роботі розроблено числовий метод синтезу важільних прямолінійно-напрямних механізмів, що ґрунтується на теоретичних положеннях кінематичної геометрії з шестикратним вузлом інтерполяції для випадку Чебишева 5-го порядку. Наведено числові приклади результатів проведеного синтезу. Роботу планується продовжити в напрямку визначення меж існування таких механізмів з метою проведення їх оптимізаційного синтезу за різними критеріями, що важливі для практичного використання цих механізмів.

Список використаних джерел

1. *Артоболевский И. И.* Синтез плоских механизмов / И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. – М. : Физматгиз, 1959. – 1084 с.
2. *Бейер Р.* Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза механизмов / Р. Бейер. – М. : Машгиз, 1959. – 318 с.
3. *Геронимус Я. Л.* Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов / Я. Л. Геронимус. – М. : Гос. издательство физ.-мат. литературы, 1962. – 400 с.
4. *Киницкий Я. Т.* Шарнирные механизмы Чебышева с выстоем выходного звена / Я. Т. Киницкий. – К. : Вища школа, 1990. – 232 с.
5. *Основы создания и эффективной эксплуатации систем жизнеобеспечения очистного оборудования для угольных шахт : [монография] / С. С. Гребёнкин, В. В. Косарев, С. Е. Топчий и др.* – Донецк : ВИК, 2009. – 372 с.
6. *Харжевський В. О.* Методика визначення особливих точок Чебишева для синтезу важільних прямолінійно-напрямних механізмів / В. О. Харжевський // Вісник Хмельницького національного університету. – 2015. – № 3. – С. 34–41.
7. *Харжевський В. О.* Синтез важільних прямолінійно-напрямних механізмів та механізмів із зупинкою вихідної ланки на базі шарнірного чотириланкового механізму : дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.02.02 / В. О. Харжевський ; Хмельницький держ. ун-т. – Хмельницький, 2004. – 262 с.
8. *Gassmann V.* Synthese von Geradführungen mit ebenen Viergelenkgetrieben, Hamburg, Universität der Bundeswehr Diss., 2000. – 102 p.
9. *Vidosic J., Tesar D.* Selection of four-bar mechanisms having required approximate straight-line outputs. Part I. The general case of the Ball-Burmester point // *Journal of mechanisms*. – 1967. – 2(1). – Pp. 23–44.
10. *Sarkissyan Y. L.* Approximations in Synthesis of Mechanisms // *State Engineering University of Armenia Proceedings, series "Mechanics, Machine Science, Machine-building"*. – 2012. – Issue 15, No. 2. – Pp. 9–21.
11. *Yin L.* Synthesis method based on solution regions for planar four-bar straight-line linkages / L. Yin, J. Han, C. Mao, J. Huang, T. Yang // *Journal of Mechanical Science and Technology*. – 2012. – 26 (10). – Pp. 3159–3167.
12. *Yin L.* Synthesis research of straight-line mechanisms by analyzing solution regions / L. Yin, J. Han // *Journal of University of Science and Technology, Beijing*. – 2011. – 33(2). – Pp. 237–243.
13. *Wang D.* Kinematic Differential Geometry and Saddle Synthesis of Linkages / Wang D., Wang W. – John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2015. – 450 p.