

В. Харжевський

Канд. техн. наук

Я. Кіницький

Професор, д-р. техн. наук

Хмельницький національний
університет,
м. Хмельницький

АНАЛІТИЧНО-ЧИСЛОВИЙ СИНТЕЗ КРУГОВИХ НАПРЯМНИХ МЕХАНІЗМІВ НА БАЗІ ШАРНІРНОГО ЧОТИРИЛАНКОВОГО МЕХАНІЗМУ З ВИКОРИСТАННЯМ ТОЧОК БУРМЕСТЕРА

Розглянуто питання чисельно-аналітичного синтезу важільних кругових напрямних механізмів та побудованих на їх основі механізмів із зупинкою вихідної ланки за допомогою особливих точок шатунної площини – точок Бурместера. Створено алгоритми, програмне забезпечення, наведені деякі результати розрахунків.

синтез, напрямні механізми, точки Бурместера

Важільні напрямні механізми та побудовані на їх основі механізми із зупинкою вихідної ланки широко використовуються як у вітчизняному, так і в зарубіжному машинобудуванні, про що свідчать численні приклади впровадження таких механізмів на практиці [1-5]. Зазначені механізми, внаслідок відсутності вищих кінематичних пар у своєму складі, наявності геометричного замикання ланок, мають ряд суттєвих переваг перед іншими типами механізмів, зокрема кулачковими. Однак синтез важільних напрямних механізмів є набагато складнішим, ніж синтез кулачкових, що і зумовлює, в першу чергу, використання кулачкових механізмів навіть там, де переваги важільних очевидні [5]. Тому розробка інженерних методів синтезу важільних напрямних механізмів є важливою та актуальною задачею.

Для забезпечення зупинки вихідної ланки можуть використовуватись важільні механізми, шатунні криві яких на деяких ділянках наближаються до прямої лінії або дуги кола. В даній роботі розглядаються питання синтезу таких механізмів на базі кругового напрямного шарнірного чотириланкового механізму. Оскільки такий механізм містить тільки обертові кінематичні пари, він має ряд переваг перед іншими базовими чотириланковими механізмами (менше тертя у парах, більша довговічність тощо) [1,5].

На сьогоднішній день розроблено велику кількість методів синтезу таких механізмів. Проте основою сучасної теорії синтезу плоских напрямних механізмів є фундаментальні роботи Чебишева [10] та Бурместера [11], що визначили два основних напрямки у синтезі таких механізмів. Алгебраїчні методи Чебишева отримали подальший розвиток, зокрема, в роботах Блоха, Саркіяна, Едіяна, Гродзенської, Кіницького [4], Светловського [6], Функа, Гассмана [12]. В таких методах використовуються, зокрема, умови найкращого наближення за Чебишевим, що полягають у тому, що знаходяться такі параметри кінематичної схеми механізму, що забезпечують мінімально можливе відхилення від заданої функції, причому величина цього відхилення досягає свого граничного значення максимальну кількість раз. Проте механізми, синтезовані з використанням умов найкращого наближення за Чебишевим, ма-

ють ряд недоліків, що дещо звужують можливість їх практичного використання. Зокрема, форми їх шатунних кривих є досить однотипними та межі вибору геометричних параметрів є обмеженими порівняно з тим, що може забезпечити шарнірний чотириланковий механізм у загальному вигляді [9].

Іншим напрямком у синтезі плоских важільних напрямних механізмів та побудованих на їх основі механізмів із зупинкою вихідної ланки є використання теоретичних положень кінематичної геометрії, теоретичні основи якої були закладені німецьким вченим Бурместером [11]. Ці методи називають геометричними. Для проектування зазначених механізмів використовуються, зокрема, теоретичні положення кінематичної геометрії нескінченно близьких положень плоскої фігури.

Загальний принцип синтезу за допомогою цих методів полягає у наступному. Розглядаючи шарнірний чотириланковий механізм у деякому його положенні, можна знайти певні особливі точки його шатунної площини, використання яких дозволяє отримати в деякому околі від такої особливої точки ділянку приблизно постійної кривизни. Зазначені особливі точки характеризуються тим, що забезпечують високий порядок дотику шатунної кривої до прямої або дуги наближення. Слід зазначити, що порядок n дотику двох плоских кривих визначається тим, що в деякій їх спільній точці, що є вузлом інтерполяції, збігаються не тільки значення самих функцій, але й n їх перших похідних. Особливі точки шатунної площини дозволяють проводити синтез кругових та прямолінійно-напрямних механізмів, причому з достатньою для практики точністю наближення.

За допомогою методів кінематичної геометрії, для синтезу кругових напрямних механізмів можна використати, зокрема, будь-яку точку кривої кругових точок, кожна точка цієї кривої забезпечує дотик не нижче 3-го порядку своєї рулетти (шатунної кривої, яку вона викреслює) з кругом кривизни, причому зазначена крива може бути визначена для будь-якого положення механізму [1-3]. Відомо також, що для синтезу кругових напрямних механізмів можна використати точки Бурместера, що визначаються для п'яти нескінченно близьких

положень шатунної площини і забезпечують дотик 4-го порядку, дві з цих точок обов'язково збігаються з рухомими шарнірами механізму і в загальному випадку забезпечують дотик як завгодно високого порядку, а інші дві можуть бути використані для синтезу кругових напрямних механізмів, причому зазначені точки існують не у всіх положеннях механізму (рис.1).

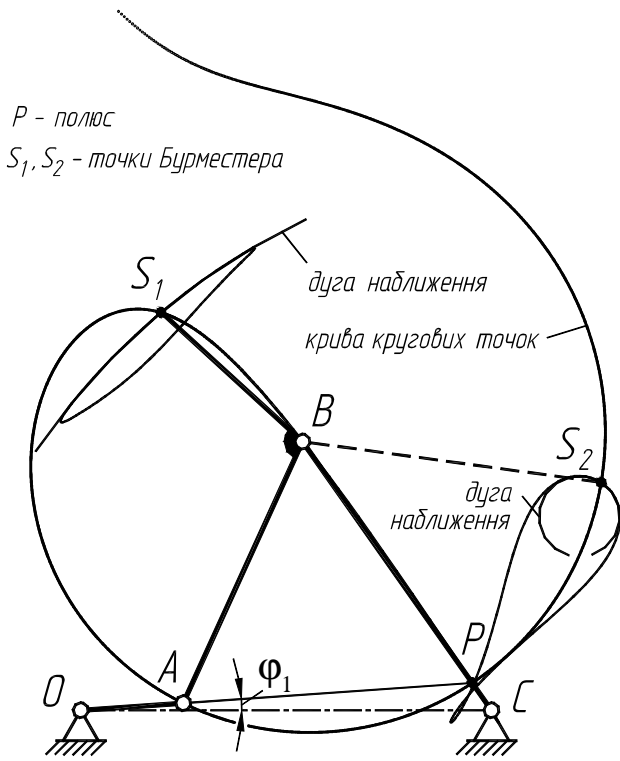


Рис. 1. Точки Бурместера шатунної площини шарнірного чотириланкового механізму

Оскільки точки Бурместера забезпечують дотик високого порядку, то теоретично вони повинні забезпечувати синтез механізмів з тривалими ділянками наближення, однак, як зазначається в монографії [1], практичне використання таких механізмів обмежується тим, що в багатьох випадках точки Бурместера визначають кругові напрямні механізми з неконструктивними розмірами ланок. Таким чином виникає задача визначення меж існування працездатних кругових напрямних механізмів, синтезованих за допомогою точок Бурместера, що стало можливим лише з появою сучасних обчислювальних машин.

Іншою задачею при синтезі кругових напрямних механізмів за допомогою точок Бурместера є визначення тривалості ділянки наближення, що є важливим з точки зору проектування механізмів за заданою тривалістю зупинки вихідної ланки. Особливістю методів кінематичної геометрії нескінченно близьких положень плоскої фігури є неможливість аналітичного визначення величини ділянки наближення як в кругових, так і в прямолінійно-направних механізмах. Цю задачу можна розв'язати за допомогою чисельних методів, створюючи комбіновані чисельно-аналітичні методики. Це, було зроблено, зокрема, для розв'язання задачі синтезу прямолінійно-направних механізмів з використанням точок Болла та точок розпрямлення 4-го порядку [7-9].

Метою даної роботи є проведення чисельно-аналітичного синтезу кругових напрямних механізмів з використанням точок Бурместера.

Розглянемо плоский важільний механізм, що забезпечує періодичну зупинку вихідної ланки (рис. 2). Механізм працює наступним чином. До кривошипа 1, положення якого визначається кутом φ_1 і який обертається рівномірно, приєднано структурну групу 2-3 II класу I виду (за класифікацією Ассура-Артоболевського). Причому в площині шатуна 2 вибрано певну точку D , яка викреслює шатунну криву, що на деякій своїй ділянці $D_1D'_1$ наближається до дуги кола радіуса R з центром у точці O_1 . До базового чотириланкового механізму $OABCD$ приєднано структурну групу 4-5 II класу 2-го виду, напрямна повзуна 5 якої розміщена під кутом ξ , довжина шатуна 4 приймається рівною радіусу наближеного кола. Підчас проходження шатунною точкою D ділянки наближення $D_1D'_1$, вихідна ланка 5 механізму має наближену зупинку, тривалість якої визначається часом, протягом якого точка знаходиться на ділянці наближення. Причому відхилення вихідної ланки від абсолютно нерухомого положення підчас зупинки пропорційно відхиленню, з яким ділянка наближення шатунної кривої наближається до дуги кола (рис.2).

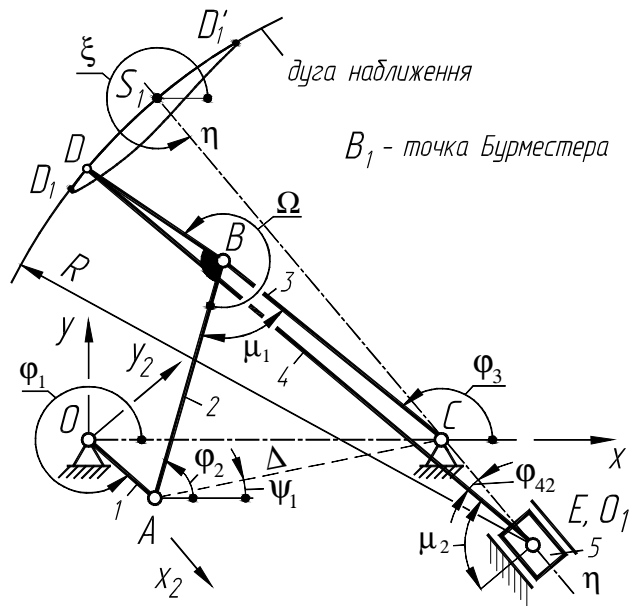


Рис. 2. Важільний шестиланковий механізм із зупинкою вихідної ланки

Зрозуміло, що основною задачею при проведенні синтезу таких механізмів є визначення таких шатунних точок, які б викреслювали шатунні криві з ділянками приблизно постійної кривизни. Такими точками, зокрема, можуть бути точки Бурместера, яких, як зазначалось раніше, для заданого положення механізму може або не виявитись зовсім, або бути дві.

Методика визначення точок Бурместера у шатунній площині несиметричного шарнірного чотириланкового механізму розглядалась, зокрема, у роботах [1, 3].

Вхідними параметрами для синтезу таких механізмів є довжини ланок: кривошипа OA , шатуна AB і ко-

ромисла BC . Для спрощення аналітичних залежностей зручно користуватись відносними геометричними параметрами [1-4], прийнявши у нашому випадку за одиницю довжини міжосьову відстань OC ($l_{OC} = 1$), як це зроблено у роботах [1-3]. Тоді всі лінійні розміри ланок виразимо як відношення дійсної довжини відповідної ланки до міжосьової відстані l_{OC} (кривошипа $r = l_{OA}/l_{OC}$, шатуна $b = l_{AB}/l_{OC}$, коромисла $c = l_{BC}/l_{OC}$ і т. д.). Крім цього, враховуючи, що точки Бурмєстера можуть існувати в будь-якому положенні механізму, то необхідно задаватись ще положенням кривошипа OA яке визначається кутом Φ_1 .

В результаті синтезу знаходимо відносну довжину k відрізка BD ($k = l_{BD}/l_{OC}$) та кут Ω злому шатуна AB , які визначають положення точки Бурмєстера у шатунній площині, а також значення кута ξ , під яким розміщена напрямна повзуна 5.

Як відомо [1,3] точки Бурмєстера визначаються як перетин кривої кругових точок з кривою, що є геометричним місцем точок, рулетки яких забезпечують дотик не нижче 4-го порядку зі своїм кругом кривизни.

Методика визначення точок Бурмєстера досить детально описана у [1, 3]. Наведемо лише основні рівняння.

Рівняння кривої кругових точок в неявному вигляді [1]:

$$(x^2 + y^2)(l_1x + l_2y) - l_3y^2 - l_4xy - l_5x^2 = 0. \quad (1)$$

Величини, що входять у рівняння (1) визначаються таким чином:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \omega x_0''' + 3\omega^2 y_0'' - 3\omega' x_0'', \\ l_2 &= \omega y_0''' - 3\omega^2 x_0'' - 3\omega' y_0'', \\ l_3 &= -3x_0'' y_0'', \\ l_4 &= 3 \left[(y_0'')^2 - (x_0'')^2 \right], \\ l_5 &= 3x_0'' y_0''. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В рівняннях (2) ω – кутова швидкість обертання шатунної площини, x_0'' , y_0'' , x_0''' та y_0''' – відповідно проекції прискорення та швидкості зміни прискорення полюса P миттєвого обертання шатунної площини (рис. 1).

Рівняння кривої, що є геометричним місцем точок, рулетки яких забезпечують дотик не нижче 4-го порядку зі своїм кругом кривизни [1]:

$$\begin{aligned} \omega^2 (x^2 + y^2) (m_3 + m_4x + m_5y) - \\ - (x_0''x + y_0''y) (m_1x + m_2y + m_3) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Величини, які входять у рівняння (3), визначаються таким чином:

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= 4\omega y_0''' - 6\omega^2 x_0'' + 6\omega' y_0'', \\ m_2 &= -4\omega x_0''' - 6\omega^2 y_0'' - 6\omega' x_0'', \\ m_3 &= 3 \left[(x_0'')^2 + (y_0'')^2 \right], \\ m_4 &= x_0'''' + \Psi x_0'' + m_1, \\ m_5 &= y_0'''' + \Psi y_0'' + m_2, \\ \Psi &= \frac{1}{\omega^2} \left[\omega^4 - 4\omega\omega'' - 3(\omega')^2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В цих рівняннях ω' , ω'' – швидкість та прискорення обертання шатунної площини, інші позначення відповідно до (2).

Як вже зазначалось, методика визначення невідомих величин, що входять у (1-4), розглядається у [1, 3] і тут не наводиться.

Оскільки крива кругових точок (1) та крива (3) в загальному випадку мають чотири спільних точки, розв'язавши сумісно рівняння (1) та (3), отримаємо чотири пари координат (x, y) . Дві зі знайдених точок збігаються з рухомими шарнірами A і B механізму, дві інші (якщо вони існують) є точками Бурмєстера.

Знайшовши точки Бурмєстера S_1 та S_2 , можна визначити кут злому та довжину другого плеча шатуна, що відповідають кожній з цих точок (рис. 1, 2):

$$\begin{aligned} \Omega &= \pi - \Phi_2 + \arctg \left(\frac{y_{S_{1,2}} - y_B}{x_{S_{1,2}} - x_B} \right), 0 \leq \Omega \leq 2\pi, \\ l_{BD} &= \sqrt{(x_{S_{1,2}} - x_B)^2 + (y_{S_{1,2}} - y_B)^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Визначення координат точки B , що входять у (5), буде розглядатись нижче. Значення кута ξ , що визначає положення напрямної повзуна 5, можна знайти таким чином:

$$\xi_{1,2} = \arctg \left(\frac{y_{S_{1,2}} - y_{O_{1,2}}}{x_{S_{1,2}} - x_{O_{1,2}}} \right), 0 \leq \xi \leq 2\pi, \quad (6)$$

де $x_{S_{1,2}}, y_{S_{1,2}}$ – координати точок Бурмєстера, $x_{O_{1,2}}, y_{O_{1,2}}$ – відповідні їм центри кривизни шатунної кривої, процедура знаходження яких наведена у [1, 3].

Для проведення синтезу та аналізу зазначених механізмів, запишемо формули, що визначають положення його рухомих точок.

Координати точки A кривошипа OA у системі координат xOy (рис. 2):

$$x_A = l_{OA} \cos \Phi_1; y_A = l_{OA} \sin \Phi_1. \quad (7)$$

Для визначення положення ланок 2 та 3, розрахуємо додатково такі величини:

$$\Delta_1 = \sqrt{(1-x_A)^2 + y_A^2}; \mu_1 = \arccos\left(\frac{l_{AB}^2 + l_{BC}^2 - \Delta_1^2}{2l_{AB}l_{BC}}\right); \quad (8)$$

$$\delta_1 = \arccos\left(\frac{l_{AB}^2 + \Delta_1^2 - l_{BC}^2}{2l_{AB}\Delta_1}\right); \psi_1 = \arctg\left(\frac{y_A}{x_A - 1}\right).$$

де μ_1 – кут передачі. Для того, щоб механізм можна було використовувати в якості силового, а також для запобігання заклинюванню ланок механізму, значення кутів передачі, згідно з рекомендаціями [4], повинні задовольняти такій умові:

$$30^\circ < \mu_1 < 150^\circ \quad (9)$$

Кути φ_2 та φ_3 , що визначають положення відповідно ланок 2 та 3, визначаються таким чином:

$$\varphi_2 = \psi_1 + \delta_1; \varphi_3 = \psi_1 + \delta_1 + \mu_1. \quad (10)$$

Знайдемо положення точок B та D механізму:

$$x_B = x_A + l_{AB} \cos \varphi_2; x_D = x_B + l_{BD} \cos(\varphi_2 + \Omega - \pi); \quad (11)$$

$$y_B = y_A + l_{AB} \sin \varphi_2; y_D = y_A + l_{AB} \sin(\varphi_2 + \Omega - \pi).$$

Для розрахунку структурної групи 4-5, що приєднується до основного механізму кінематичною парою D , зручно повернути основну систему координат xOy на кут ξ і розраховувати переміщення повзуна 5 у системі координат x_2Oy_2 (рис. 2). Положення шатунної точки у повернутій системі координат визначиться як

$$x_{D2} = x_D \cos \xi + y_D \sin \xi; \quad (12)$$

$$y_{D2} = y_D \cos \xi - x_D \sin \xi.$$

Тут і далі індекс «2» визначає відповідну величину у повернутій системі координат. Знайдемо кут φ_{42} , який визначає положення ланки 4:

$$\varphi_{42} = \arcsin\left(\frac{y_{O_1,2} - y_{D2}}{l_{DE}}\right), \quad (13)$$

де $y_{O_1,2}$ – ордината точки O_1 , що є центром наближеного кола, причому у повернутій системі координат, розрахунок проводиться аналогічно до (11).

Кут передачі μ_2 у структурній групі 4-5 визначається таким чином:

$$\mu_2 = \frac{\pi}{2} - |\varphi_{42}|. \quad (14)$$

Положення вихідної ланки 5 у повернутій системі координат:

$$x_{E_2} = x_{D_2} + l_{DE} \cos \varphi_{42}. \quad (15)$$

Використовуючи наведений вище алгоритм, було створено програмне забезпечення, що дозволяє проводити синтез та аналіз кругових напрямних механізмів, синтезованих з використанням точок Бурместера. Були проведені розрахунки і, зокрема, встановлено, що точки Бурместера можуть визначати механізми, у яких використовуються різні ділянки наближення. Тобто, крім випадку, показано на рис. 2 (наближається верхня ділянка шатунної кривої), мають місце випадки, коли наближається інша частина шатунної кривої (приклад такої кривої наведено на рис. 3). Причому, не дивлячись на те, що довжина ділянки наближення є порівняно невеликою, такі механізми здатні забезпечити тривалі зупинки вихідної ланки (рис. 4). Це відбувається за рахунок того, що шатунна точка D на ділянці наближення $D_1D'_1$ рухається дещо повільніше, ніж на інших ділянках шатунної кривої.

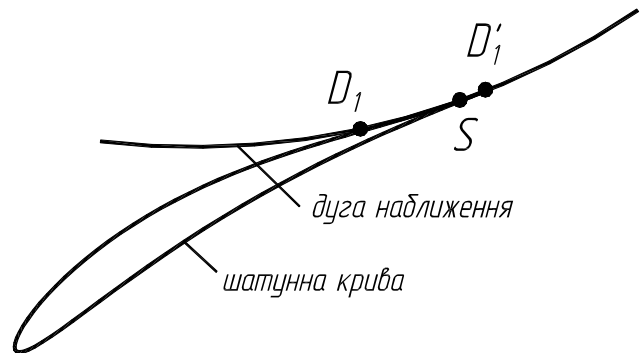


Рис. 3. Шатунна крива шарнірного чотириланкового механізму (S – точка Бурместера, $D_1 - D'_1$ – ділянка наближення)

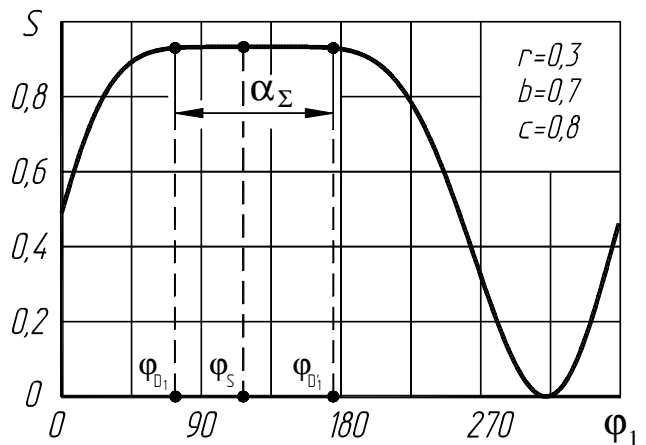


Рис. 4. Діаграма переміщень вихідної ланки механізму

Важливою практичною задачею є визначення тривалості зупинки вихідної ланки у механізмах, синтезованих з допомогою точок Бурместера, оскільки аналітично ця задача не розв'язується, причому ця задача виникає при проектуванні будь-яких механізмів, синтезованих за допомогою теоретичних положень кінематичної геометрії. Для розв'язання цієї задачі при прове-

денні синтезу прямолінійно-напрямних механізмів за допомогою точок Болла та точок розпрямлення 4-го порядку [7-9], нами було розроблено чисельний метод, що полягає у використанні так званого безрозмірного коефіцієнта граничної швидкості вихідної ланки. Як показали проведені нами дослідження, зазначений метод може застосовуватись також при синтезі кругових механізмів з використанням точок Бурместера. Таким чином, поєднавши аналітичний метод визначення положення точок Бурместера з розробленим нами чисельним методом визначення величини ділянки наближення в таких механізмах, було створено комбіновану чисельно-аналітичну методику синтезу механізмів із зупинкою вихідної ланки з використанням точок Бурместера. Розроблена методика реалізована у вигляді програмного продукту, який дозволяє отримувати довідкові карти та таблиці геометричних параметрів зазначених механізмів. Це є важливим з практичної точки зору, тим більше, що деякі дослідники, зокрема [1], відзначають, що досить часто точки Бурместера визначають механізми з неконструктивними розмірами ланок. Розроблене програмне забезпечення дозволяє уникати таких випадків.

На рис. 5 показано приклад діаграми, що відображає значення тривалості зупинки вихідної ланки механізмів, побудованих на основі різних точок Бурместера, знайдених для різних положень механізму.

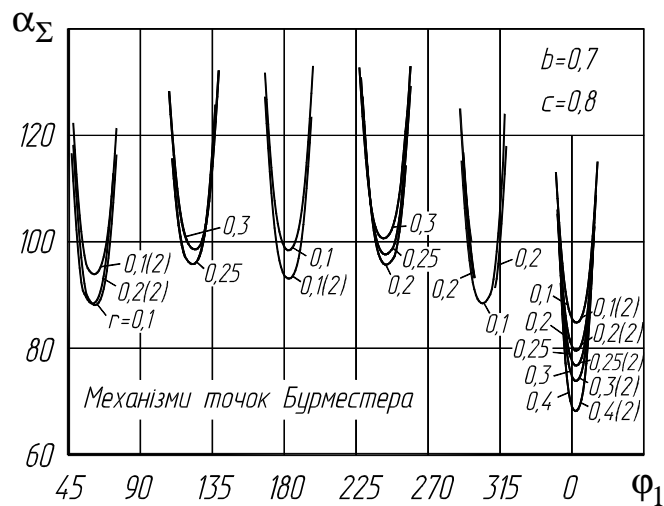


Рис. 5. Діаграма зміни тривалості зупинки вихідної ланки механізму залежно від кута повороту кривошипа, для якого визначалась точка Бурместера

Причому в процесі досліджень встановлено, що в більшості випадків для синтезу механізму із зупинкою вихідної ланки може бути використана лише одна з точок Бурместера (точка S_1 , див. рис.1), в іншому механізмі неможливо приєднати додаткову структурну групу 2 виду (точка S_2). Існують також випадки, коли жодна зі знайдених точок Бурместера не може бути використана для синтезу механізмів із зупинкою вихідної ланки. Однак існують також випадки, коли обидві точки Бурместера визначають працездатні механізми із зупинкою. Так на діаграмі, що наведена на рис. 5, серії механізмів другої точки Бурместера позначені цифрою «2» у дужках.

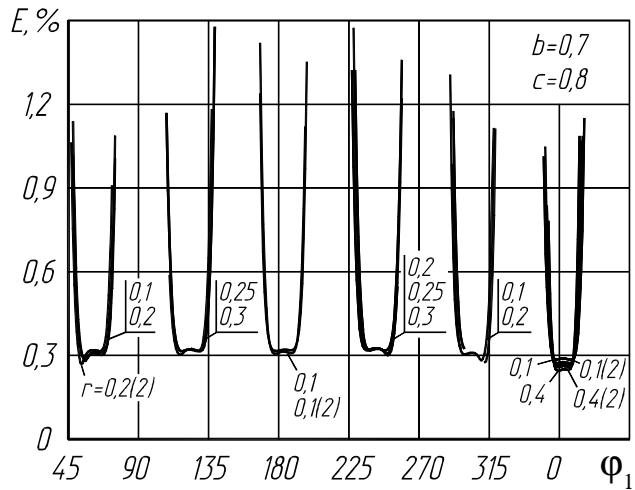


Рис. 6. Діаграма зміни максимальних відхилень вихідної ланки механізму залежно від кута повороту кривошипа, для якого визначалась точка Бурместера

На рис. 6 показано діаграма зміни максимальних відхилень під час зупинки вихідної ланки, що виражені у процентах від максимального ходу. Причому механізми, синтезовані за допомогою точок Бурместера, забезпечують максимальний хід вихідної ланки, що може змінюватись у досить широких межах (рис. 7).

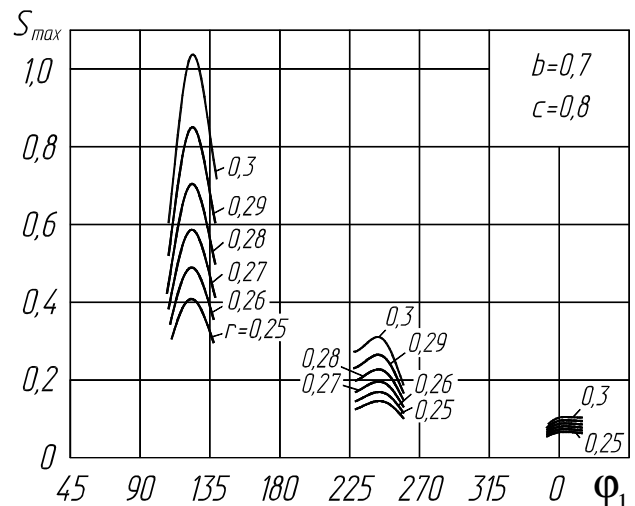


Рис. 7. Діаграма зміни максимального ходу вихідної ланки механізму залежно від кута повороту кривошипа, для якого визначалась точка Бурместера

На діаграмах, наведених на рис. 5-7, показані тільки ті механізми, що забезпечують зупинку вихідної ланки в одному з крайніх положень, синтез інших механізмів планується розглянути в іншій роботі.

Для вилучення механізмів із значними габаритними розмірами, в процесі розрахунків вилучались механізми, у яких $l_{BD} > 5$ та $l_{DE} > 5$.

Таким чином, запропонована чисельно-аналітична методика синтезу кругових напрямних механізмів з використанням точок Бурместера, дозволяє проводити визначення геометричних параметрів важільних шести-ланкових механізмів із зупинкою вихідною ланки. Дослідження планується продовжити в напрямку визначення меж існування механізмів із однаковими тривалос-

тями зупинок, а також дослідження їх кінематичних параметрів з метою проведення оптимального синтезу зазначених механізмів.

Література

1. Артоболовский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А. Синтез плоских механизмов.– М.: Физматгиз, 1959.– 1084 с.
2. Бейер Р. Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза механизмов – Машгиз, 1959 –318 с.
3. Геронимус Я.Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов – ГИФМЛ, 1962 – 399 с.
4. Киницкий Я.Т. Шарнирные механизмы Чебышева с выстоем выходного звена. – К.: Вища школа, 1990.–231 с.
5. Лихтенхельдт В. Синтез механизмов.— М.: Наука, 1964.– 228 с.
6. Светловський О.Б., Кіницький Я.Т. Геометричний синтез симетричних лямбдоподібних механізмів за заданою тривалістю зупинки вихідної ланки чисельним методом //Вісник технологічного університету Поділля.-2001.– № 1.-С.20-24.
7. Харжевський В.О. Методика синтезу важільних прямолінійно-напрямних механізмів з дотиком 4-го порядку //Вісник Технол. у-ту Поділля. - 2003.-№6, Т.2, Ч.1 Т.2-С. 152-163.
8. Харжевський В.О. Синтез механізмів із зупинкою вихідної ланки на основі двокривошипного шарпирного чотириланкового механізму //Збірник наукових праць, №28, част. 1 (спец. випуск), Хмельницький: Вид-во Нац. академії держ. прикорд. служби України. – 2004.- С.123-125.
9. Харжевський В.О., Кіницький Я.Т. Чисельно-аналітичний метод синтезу важільних механізмів з зупинкою вихідної ланки на базі несиметричного шарпирного чотириланкового механізму з використанням точок Болла // Вісник Технол. у-ту Поділля. -2003.-№4.-С. 43-54.
10. Чебышев П.Л., Полное собрание сочинений, т. IV, М.-Л., АН СССР, 1948.
11. Burmester L., Lehrbuch der Kinematik, Leipzig, Felix, 1888.
12. Funk W., Gassmann V. Unsymmetric Tchebysheff-type straight-line mechanisms //Proceedings of Tenth World Congress on the Theory of Mechanisms and Machines, vol. 1, Oulu, Finland, 1999, pp. 222-226.

V. Kharzhevsky, Y. Kinytsky

Numerical and analytical synthesis of circular path generating mechanisms on the basis on four-bar linkage using Burmester points

Khmelnysky National University, Khmelnytsky

The numerical and analytical method of synthesis of circular path generating linkage mechanisms and dwell mechanisms by means of special points of coupler plane – Burmester points is considered. The appropriate algorithms and computer programs are developed, some calculation results are shown.